

Prof. Dr. Alfred Toth

Konnexion bei Sättigungsrelationen

1. Eine Sättigungszahl ist eine komplexe Zahl

$$S = [K, S],$$

darin K für Kategorienzahl und S für Sättigungsgrad steht. Kategorienzahlen sind genau die gesättigten Zahlen, d.h. die Subzeichen der Diskriminanten der semiotischen Matrix

$$(1.1) = [1]$$

$$(2.2) = [2]$$

$$(3.3) = [3].$$

Dann haben wir

$$(1.2) = [1,+1] \quad (2.1) = [2,-1]$$

$$(1.3) = [1,+2] \quad (3.1) = [3,-2]$$

$$(2.3) = [2,+1] \quad (3.2) = [3,-1].$$

[K, S]-Matrix:

$$\begin{vmatrix} [1] & [1,+1] & [1,+2] \\ [2,-1] & [2] & [2,+1] \\ [3,-2] & [3,-1] & [3] \end{vmatrix}$$

Setzen wir $[1] = 0$, so bekommen wir eine neue Matrix

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix},$$

d.h. wir benutzen nun statt der Sättigungszahlen die PC-Zahlen (vgl. Toth 2025).

2. Sei SK eine Sättigungs-klasse und $\times SK$ ihre duale Sättigungs-klasse, dann verstehen wir unter einer Konnexion C die Menge aller Abbildungen zwischen SK und $\times SK$:

$$C = \sqcap(SK, \times SK).$$

Im folgenden wird das vollständige System der $3^3 = 27$ Sättigungsrelationen in PC-Zahlen zugrundegelegt.

1. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc} & -2 & -1 & 0 \\ & \swarrow & & \\ \times & 0 & 1 & 2 \end{array} \quad \Pi S1 = [0]$$

2. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc} & -2 & -1 & 1 \\ & \swarrow & \swarrow & \\ \times & -1 & 1 & 2 \end{array} \quad \Pi S2 = [-1, 1]$$

3. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc} & -2 & -1 & 2 \\ & | & & | \\ \times & -2 & 1 & 2 \end{array} \quad \Pi S3 = [-2, 2]$$

4. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc} & -2 & 0 & 0 \\ & \swarrow & | & \swarrow \\ \times & 0 & 0 & 2 \end{array} \quad \Pi S4 = [0, 0]$$

5. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc} & -2 & 0 & 1 \\ & & | & \\ \times & -1 & 0 & 2 \end{array} \quad \Pi S5 = [0]$$

6. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc} & -2 & 0 & 2 \\ & | & | & | \\ \times & -2 & 0 & 2 \end{array} \quad \Pi S6 = [-2, 0, 2]$$

7. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -2 & 1 & 0 \\
 & \swarrow & & \\
 \times & 0 & -1 & 2
 \end{array} \quad \Pi S7 = [0]$$

8. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -2 & 1 & 1 \\
 & & & \\
 \times & -1 & -1 & 2
 \end{array} \quad \Pi S8 = \emptyset$$

9. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -2 & 1 & 2 \\
 & | & & | \\
 \times & -2 & -1 & 2
 \end{array} \quad \Pi S9 = [-2, 2]$$

10. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -1 & -1 & 0 \\
 & \swarrow & & \\
 \times & 0 & 1 & 1
 \end{array} \quad \Pi S10 = [0]$$

11. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -1 & -1 & 1 \\
 & | & \swarrow & | \\
 \times & -1 & 1 & 1
 \end{array} \quad \Pi S11 = [-1, 1, 1]$$

12. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -1 & -1 & 2 \\
 & & & \\
 \times & -2 & 1 & 1
 \end{array} \quad \Pi S12 = \emptyset$$

13. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -1 & 0 & 0 \\
 & | & | & / \\
 \times & 0 & 0 & 1
 \end{array} \quad \Pi S13 = [0, 0]$$

14. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -1 & 0 & 1 \\
 & | & | & | \\
 \times & -1 & 0 & 1
 \end{array} \quad \Pi S14 = [-1, 0, 1]$$

15. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -1 & 0 & 2 \\
 & | & | & \\
 \times & -2 & 0 & 1
 \end{array} \quad \Pi S15 = [0]$$

16. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -1 & 1 & 0 \\
 & | & | & / \\
 \times & 0 & -1 & 1
 \end{array} \quad \Pi S16 = [-1, 0, 1]$$

17. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -1 & 1 & 1 \\
 & | & | & | \\
 \times & -1 & -1 & 1
 \end{array} \quad \Pi S17 = [-1, -1, 1, 1]$$

18. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & -1 & 1 & 2 \\
 & | & | & / \\
 \times & -2 & -1 & 1
 \end{array} \quad \Pi S18 = [-1, 1]$$

19. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & 0 & -1 & 0 \\
 & | & & | \\
 \times & 0 & 1 & 0
 \end{array} \quad \Pi S19 = [0, 0]$$

20. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & 0 & -1 & 1 \\
 & \diagdown & \diagup & \diagup \\
 \times & -1 & 1 & 0
 \end{array} \quad \Pi S20 = [-1, 0, 1]$$

21. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & 0 & -1 & 2 \\
 & \diagdown & & \\
 \times & -2 & 1 & 0
 \end{array} \quad \Pi S21 = [0]$$

22. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & 0 & 0 & 0 \\
 & | & | & | \\
 \times & 0 & 0 & 0
 \end{array} \quad \Pi S22 = [0, 0, 0]$$

23. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & 0 & 0 & 1 \\
 & \diagdown & \diagdown & \\
 \times & -1 & 0 & 0
 \end{array} \quad \Pi S23 = [0, 0]$$

24. S-Dualsystem

$$\begin{array}{ccc}
 & 0 & 0 & 2 \\
 & \diagdown & \diagdown & \\
 \times & -2 & 0 & 0
 \end{array} \quad \Pi S24 = [0, 0]$$

25. S-Dualsystem

$$\begin{array}{cccc}
 & 0 & 1 & 0 \\
 & | & & | \\
 \times & 0 & -1 & 0
 \end{array} \quad \Pi S_{25} = [0, 0]$$

26. S-Dualsystem

$$\begin{array}{cccc}
 & 0 & 1 & 1 \\
 & \searrow & & \\
 \times & -1 & -1 & 0
 \end{array} \quad \Pi S_{26} = [0]$$

27. S-Dualsystem

$$\begin{array}{cccc}
 & 0 & 1 & 2 \\
 & \searrow & & \\
 \times & -2 & -1 & 0
 \end{array} \quad \Pi S_{27} = [0]$$

Literatur

Toth, Alfred, Abbildung der Sättigungszahlen auf PC-Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025

27.10.2025